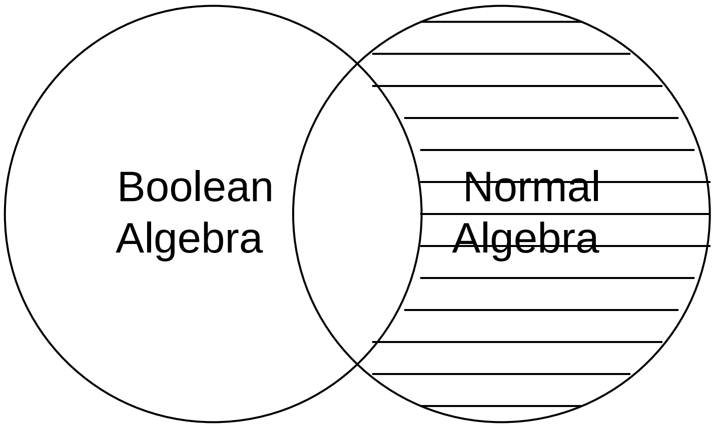
<u>זהירות מביצוע פעולות שאינן חוקיות באלגברה בוליאנית !</u>

אחת מהפעולות המסוכנות שמתחילים חסרי ניסיון באלגברה בוליאנית עלולים לבצע באלגברה בוליאנית היא להסתמך יותר מדי על ההכרות וההרגלים שלהם מאלגברה רגילה. במקרים מסוג זה עלולים לבצע באלגברה בוליאנית פעולות שהן אינן חוקיות !



נציג כאן דוגמה פשוטה. באלגברה בוליאנית מתקיימת הזהות הבאה :

$$(A+AB)C = AC$$

להלן ההוכחה אלגברית פשוטה (באלגברה בוליאנית) של הזהות הנ"ל.

$$\begin{aligned}
&(A+AB)C = \\
&(A\cdot 1+AB)C = \\
&A(1+B)C = \\
&A(1)C = \\
&AC
\end{aligned}$$

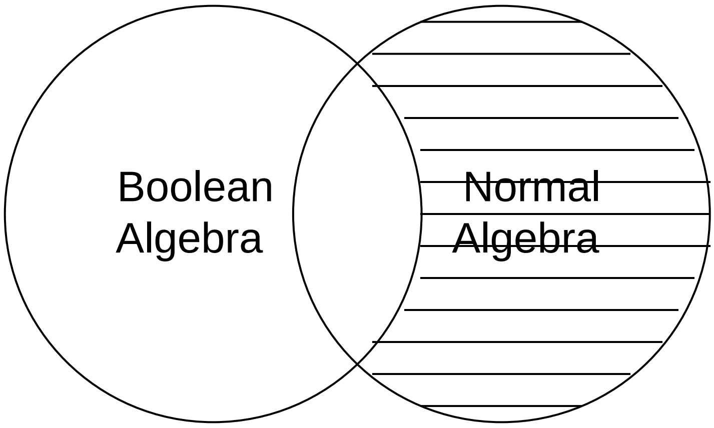
נניח שאנו נתקלים במשוואה הנ"ל ומטפלים בה כפי שאנו רגילים לטפל במשוואה באלגברה רגילה !

$$\begin{aligned}
&(A+AB)\cancel{C} = A\cancel{C} \\
&(A+AB)C = A \\
&(\cancel{A}+AB) = \cancel{A} \\
&A+AB = 0 \\
&AB = 0
\end{aligned}$$

כפי שאפשר לראות, מחקנו תחילה את המשתנה C מכיוון שהוא זהה בשני צדי המשוואה. בהמשך מחקנו את המשתנה A מכיוון שגם הוא זהה בשני צדי המשוואה ! בסופו של דבר מגיעים למסקנה האבסורדית שהכפלה של כל שני משתנים AB היא תמיד '0'. זוהי כמובן תוצאה לא נכונה ! ממה נובעת השגיאה ?

<u>זהירות מביצוע פעולות שאינן חוקיות באלגברה בוליאנית !</u>

אחת מהפעולות המסוכנות שמתחילים חסרי ניסיון באלגברה בוליאנית עלולים לבצע באלגברה בוליאנית היא להסתמך יותר מדי על ההכרות וההרגלים שלהם מאלגברה רגילה. במקרים מסוג זה עלולים לבצע באלגברה בוליאנית פעולות שהן אינן חוקיות !



נציג כאן דוגמה פשוטה. באלגברה בוליאנית מתקיימת הזהות הבאה :

$$(A+AB)C = AC$$

להלן ההוכחה אלגברית פשוטה (באלגברה בוליאנית) של הזהות הנ״ל.

$$\begin{aligned}
&(A+AB)C = \\
&(A\cdot 1+AB)C = \\
&A(1+B)C = \\
&A(1)C = \\
&AC
\end{aligned}$$

נניח שאנו נתקלים במשוואה הנ״ל ומטפלים בה כפי שאנו רגילים לטפל במשוואה באלגברה רגילה !

$$\boxed{\begin{aligned}
&(A+AB)\cancel{C} = A\cancel{C} \\
&(A+AB) = A \\
&(\cancel{A}+AB) = \cancel{A} \\
&AB = 0
\end{aligned}}$$

כפי שאפשר לראות, מחקנו תחילה את המשתנה C מכיוון שהוא זהה בשני צדי המשוואה. בהמשך מחקנו את המשתנה A מכיוון שגם הוא זהה בשני צדי המשוואה ! בסופו של דבר מגיעים למסקנה האבסורדית שהכפלה של כל שני משתנים AB היא תמיד '0'. זוהי כמובן תוצאה לא נכונה ! ממה נובעת השגיאה ?

נבחן גם כיצד נראה המימוש בצורת POS.

כיצד מתייחסים לסכום $(A+\overline{B}+C)$ ברישום הפונקציה ? הפתרון הוא לרשום את הסכום $(A+\overline{B}+C)$ בתוצאה, כאשר מחברים לו את המשתנה D - כלומר לרשום $(A+\overline{B}+C+D)$. פתרון זה גורם לכך שבצירוף הכניסות ABC=010 הסכום $(A+\overline{B}+C)$ בעצם קיים כאשר $D=0$ ונעלם (שווה ל 1) כאשר $D=1$.

באופן דומה, כיצד מתייחסים לסכום $(\overline{A}+B+\overline{C})$ ברישום הפונקציה ? הפתרון הוא לרשום את הסכום $(\overline{A}+B+\overline{C})$ בתוצאה, כאשר מחברים לו את המשתנה $\overline{D}$ - כלומר לרשום $(\overline{A}+B+\overline{C}+\overline{D})$. פתרון זה גורם לכך שבצירוף הכניסות ABC=101 הסכום $(\overline{A}+B+\overline{C})$ בעצם קיים כאשר $\overline{D}=0$ ונעלם (שווה ל 1) כאשר $\overline{D}=1$.

בסופו של דבר הפונקציה תיראה כך:

$$f(A,B,C)_{POS}=(A+B+C)(A+\overline{B}+C+D)(A+\overline{B}+\overline{C})(\overline{A}+B+\overline{C}+\overline{D})(\overline{A}+\overline{B}+C)$$

כמובן שניתן באופן דומה גם לרשום את הפונקציות בצורתן ההפוכה. להלן בבחל האמת של הפונקציה ההפוכה:

A	B	C	$\overline{f(A,B,C,D)}$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	$\overline{D}$
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	D
1	1	0	1
1	1	1	0

להלן הפונקציות בצורתן ההפוכה:

$$f_{\overline{\overline{SOP}}}(A,B,C)=\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}+\overline{A}\cdot B\cdot C+A\cdot\overline{B}\cdot C\cdot D+A\cdot B\cdot\overline{C}$$

$$f(A,B,C)_{\overline{\overline{POS}}}=(A+B+\overline{C})(A+\overline{B}+C+\overline{D})(\overline{A}+B+C)(\overline{A}+B+\overline{C}+D)(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})$$

נבחן גם כיצד נראה המימוש בצורת POS.

כיצד מתייחסים לסכום $(A+\overline{B}+C)$ ברישום הפונקציה ? הפתרון הוא לרשום את הסכום $(A+\overline{B}+C)$ בתוצאה, כאשר מחברים לו את המשתנה D - כלומר לרשום $(A+\overline{B}+C+D)$.
פתרון זה גורם לכך שבצירוף הכניסות ABC=010 הסכום $(A+\overline{B}+C)$ בעצם קיים כאשר $D=0$ ונעלם (שווה ל 1) כאשר $D=1$.

באופן דומה, כיצד מתייחסים לסכום $(\overline{A}+B+\overline{C})$ ברישום הפונקציה ? הפתרון הוא לרשום את הסכום $(\overline{A}+B+\overline{C})$ בתוצאה, כאשר מחברים לו את המשתנה $\overline{D}$ - כלומר לרשום $(\overline{A}+B+\overline{C}+\overline{D})$. פתרון זה גורם לכך שבצירוף הכניסות ABC=101 הסכום $(\overline{A}+B+\overline{C})$ בעצם קיים כאשר $\overline{D}=0$ ונעלם (שווה ל 1) כאשר $\overline{D}=1$.

בסופו של דבר הפונקציה תיראה כך:

$$f(A,B,C)_{POS}=(A+B+C)(A+\overline{B}+C+D)(A+\overline{B}+\overline{C})(\overline{A}+B+\overline{C}+\overline{D})(\overline{A}+\overline{B}+C)$$

כמובן שניתן באופן דומה גם לרשום את הפונקציות בצורתן ההפוכה. להלן בבחל האמת של הפונקציה ההפוכה:

A	B	C	$\overline{f(A,B,C,D)}$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	$\overline{D}$
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	D
1	1	0	1
1	1	1	0

להלן הפונקציות בצורתן ההפוכה:

$$f_{\overline{\overline{SOP}}}(A,B,C)=\overline{\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}+\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}+\overline{A}\cdot B\cdot C+A\cdot\overline{B}\cdot C\cdot D+A\cdot B\cdot\overline{C}}$$

$$f(A,B,C)_{\overline{\overline{POS}}}=\overline{(A+B+\overline{C})(A+\overline{B}+C+\overline{D})(\overline{A}+B+C)(\overline{A}+B+\overline{C}+D)(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})}$$